解析電磁気学演習 (14) Maxwell の方程式 (July 11)

学籍番号:	氏名:

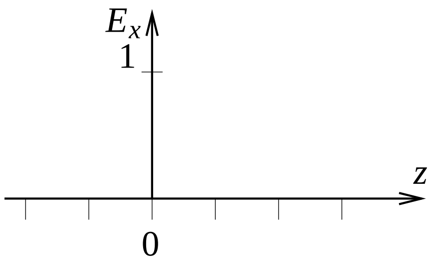
講義で導出した $+z$ 方向に伝搬する平面波:

$$E_x(z,t) = f(z - c_0 t), \quad H_y(z,t) = \frac{1}{Z_0} f(z - c_0 t)$$

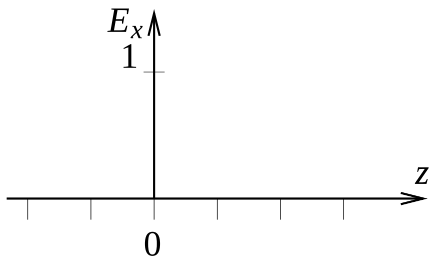
について考える。ここで、$f(u)$ は次式で与えられる関数、伝搬している空間は真空 (ε_0, μ_0) とし、$c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3.0 \times 10^8$ [m/s] で与えられる。また無損失 $(\sigma = 0)$ とする。

$$f(u) = H(-u), \qquad H(\zeta) = \begin{cases} 1, (\zeta > 0) \\ 0, (\zeta < 0) \end{cases}$$

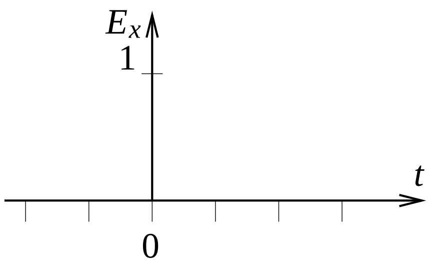
(1) $t = 0$ s、および $t = 1.0 \times 10^{-9}$ s における E_x の分布、また、$z = 0$ m、および $z = 1$ m で観測される E_x の時間波形を下記のグラフに記入せよ。(目盛は自由に使用してよく、特徴を示す値を記入すること)



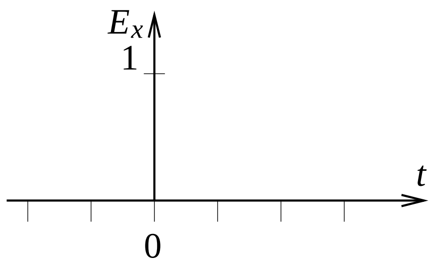
$t = 0$ における E_x の分布



$t = 1 \times 10^{-9}$ における E_x の分布



$z = 0$ における E_x の時間波形



$z = 1$ における E_x の時間波形

(2) この電磁波のポインティング・ベクトル $\boldsymbol{S}(z,t)$ [W/m^2] を求めよ。

(3) 図 1 に示すような $1\ \mathrm{m} \times 1\ \mathrm{m} \times 1\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m}^3$ の領域 V(その表面 S) を考える。

(a) $0 < t < 1/c_0$ において、$-\oiint_S (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \bullet d\boldsymbol{S}$ [W] を求めよ。$d\boldsymbol{S}$ は微小面素ベクトルで V の領域の外側を向いているものとする。

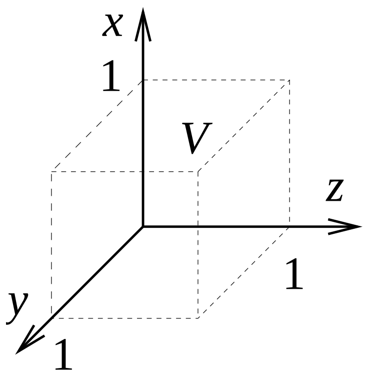


図 1: 通過した電磁波のエネルギー

(b) $0 < t < 1/c_0$ において、V 中の電場および磁場のエネルギー: $\iiint_V w_e\, dV$ および $\iiint_V w_m\, dV$ [J] を求めよ。

(c) $-\oiint_S (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \bullet d\boldsymbol{S} = \dfrac{d}{dt} \iiint_V (w_e + w_m) dV$ となっていることを確認せよ。