解析電磁気学演習 (6) 導体 (May 22)

☞「解の導出過程」もきちんと書いて下さい。
☞ベクトルは$\mathbb{C}$, $\mathbb{E}$のように、**1** 本加えて 太く 書いて下さい。太くなっていない場合は×にします。

図 1 に示すような同心球導体 (内導体の半径 a_1 [m]、外導体の内半径 a_2 [m] と外半径 a_3 [m]) について考える。内外導体間、および導体の外側は真空とする。

$\boxed{1}$ この 2 導体をコンデンサとして取り扱う。全く電荷が与えられていない状態 (電荷 0 C、電位 0 V) から、外導体から微小電荷を徐々に持ってきて内導体に与え、Q [C] まで蓄えるのに要した仕事 W [J] を求める。

(1) 途中の q [C] まで蓄えたとき、外導体を電位 0 V としたときの内導体の電位 v [V] を、$-\displaystyle\int \boldsymbol{E} \bullet d\boldsymbol{r}$ より求めよ。

(2) 上の状態で微小電荷 dq [C] を外導体から運んで内導体に与えたときの仕事 dW [J] を求めよ。

(3) 内導体に Q [C] まで蓄えるときに要した仕事 W [J] を求めよ。

(4) コンデンサに蓄えられているエネルギーは $W = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{Q^2}{2C}$ [J] で与えられる。上でした仕事がそのままコンデンサに蓄えられているとしたとき、ここから静電容量 C [F] を求めよ。

(5) 内導体に Q [C] まで蓄えられたときの電極間の電場に蓄えられているエネルギー W [J] を、電場のエネルギー密度を体積積分することで求めよ。

$\boxed{2}$ この内導体を導体 1、外導体を導体 2 とする。このときの電位係数が

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

で与えられたとする。ここから、この 2 導体をコンデンサとして扱う場合の静電容量 C [F] を電位係数を用いて表せ。

(ヒント : 内外導体に $\pm Q$ [C] の電荷を与える。)

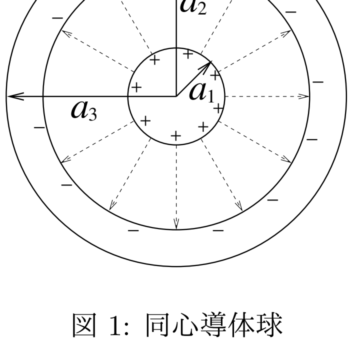

図 1: 同心導体球